

2016 年 1 月联考数学真题

1、某家庭在一年总支出中，子女教育支出与生活资料支出的比为 3:8，文化娱乐支出与子女教育支出的比为 1:2，已知文化娱乐支出占家庭总支出的 10.5%，则生活资料支出占家庭总支出的（ ）

- A 40% B 42% C 48% D 56% E 64%

【参考答案】D

【知识点】比例及百分比

【名师讲解】子女教育支出与生活资料支出的比为 $3 \times 2: 8 \times 2$ ，文化娱乐支出与子女教育支出为 $1 \times 3: 2 \times 3$ ，文化娱乐支出：子女教育支出：生活资料支出 = $1 \times 3: 2 \times 3: 8 \times 2 = 3: 6: 16$ ，文化娱乐支出占家庭总支出的 10.5%，文化娱乐支出占家庭总支出的 $\frac{10.5\%}{3} \times 16 = 56\%$ ，选 D

2、有一批同规格的正方形瓷砖，用他们铺满某个正方形区域时剩余 180 块，将此正方形区域的边长增加一块瓷砖长度是，还需要增加 21 块瓷砖才能铺满，该瓷砖共有（ ）

- A 9981 块 B 10000 块 C 10180 块 D 10201 块 E 10222 块

【参考答案】C

【知识点】铺砖问题

【名师讲解】设原来的正方形的边长为 x 块砖，则有 $(x+1)^2 - x^2 = 180 + 21 = 201$ ，解得

$x=100$ ，所以原来共有 $100^2 + 180 = 10180$ ，选 C

3、上午 9 时一辆货车从甲地出发前往乙地，同时一辆客车从乙地出发前往甲地，中午 12 时两车相遇，已知客车和货车的时速分别为 90 千米和 100 千米，则当客车到达甲地时货车距乙地的距离是（ ）

- A 30 千米 B 43 千米 C 45 千米 D 50 千米 E 57 千米

【参考答案】E

【知识点】行程问题

【名师讲解】相遇时，货车行驶了 $3 \times 90 = 270$ 千米，客车行驶了 $100 \times 3 = 300$ 千米，因此客车还需时间为 $270 \div 100 = 2.7$ 小时，此时货车行驶了 $90 \times 2.7 = 243$ 千米，因此货车距离乙地距离为 $300 - 243 = 57$ 千米，答案选择 E

4、在分别标记了数字 1、2、3、4、5、6 的 6 张卡片中随机取 3 张，其上数字之和等于 10 的概率（ ）

- A 0.05 B 0.1 C 0.15 D 0.2 E 0.25

【参考答案】C

【知识点】排列组合数字问题

【名师讲解】6张随机选取3张 C_6^3 ,3张数字之和为10,列举法,10=1+3+6=1+4+5=2+3+5,

有三组符合条件的,则概率 $P = \frac{3}{C_6^3} = 0.15$,答案选C

5、某商场将每台进价为2000元的冰箱以2400元销售时,每天销售8台,调研表明这种冰箱的售价每降低50元,每天就能多销售4台,若要每天销售利润最大,则该冰箱的定价应为()元

A 2200 B 2250 C 2300 D 2350 E 2400

【参考答案】B

【知识点】二次函数求最值

【名师讲解】设定价为 x ,每台盈利为 $(x-2000)$,销售量为 $(8 + \frac{2400-x}{50} \times 4)$,因此每天的利润 $y = (x-2000)(8 + \frac{2400-x}{50} \times 4)$,整理得 $y = \frac{2}{25}(x-2000)(2500-x)$,令 $y=0$,得到 $x_1 = 2000$, $x_2 = 2500$,所以 $x = \frac{x_1 + x_2}{2} = 2250$ 时,利润最大,答案选B

6、某委员会有三个不同专业的人员组成,三个专业的人数分别是2,3,4,从中选派2位不同专业的委员外出调研,则不同的选派方式有()

A 36 B 26 C 12 D 8 E 6

【参考答案】B

【知识点】元素选取问题

【名师讲解】从反面入手,从中选派2位不同专业的委员的反面就是从中选派2位相同专业的委员,选派方案 $= C_9^3 - C_2^2 - C_3^2 - C_4^2 = 36 - 1 - 3 - 6 = 26$,答案选B

7、从1到100的整数中任取一个数,则该数能被5或7整除的概率为()

A 0.02 B 0.14 C 0.2 D 0.32 E 0.34

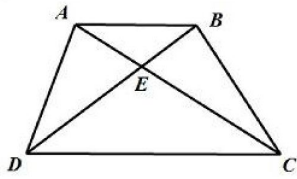
【参考答案】D

【知识点】取样的概率,减法

【名师讲解】①能被5整除的数有 $100 \div 5 = 20$ 个 ②能被7整除的数有 $98 \div 7 = 14$ 个 ③既能被5整除也能被7整除的数的个数有2个,所以概率 $P = \frac{20 + 14 - 2}{100} = 0.32$,答案选D

8、如图1,在四边形ABCD中, $AB \parallel CD$,AB与CD的边长分别为4和8,若 $\triangle ABE$ 的面积为4,则四边形变成ABCD的面积为()

A 24 B 30 C 32 D 36 E 40



【参考答案】D

【知识点】四边形的面积

【名师讲解】 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDE$ 相似，且相似比为 1:2，所以 $S_{\triangle CDE} = 16$ ，且 $AE:EC = 1:2$ ，所以

$S_{\triangle ADE} = S_{\triangle BEC} = 8$ （等高性质），所以总面积 = $16 + 4 + 8 + 8 = 36$ ，选 D

9、现有长方形木板 340 张，正方形木板 160 张，这些木板加好可以装配成若干竖式和横式的无盖箱子，装配成的竖式和横式箱子的个数为（ ）

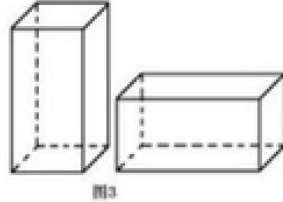
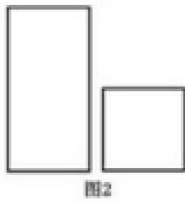
A 25, 80

B 60, 50

C 20, 70

D 60, 40

E 40, 60



【参考答案】E

【知识点】立体几何，方程组

【名师讲解】依题意得，竖式的箱子需要一个正方形木板，4 个长方形木板，横式的箱子需要 2 个

正方形木板，3 个长方形木板，设竖式的箱子 x 个，横式的箱子 y 个，则
$$\begin{cases} x + 2y = 160 \\ 4x + 3y = 340 \end{cases} \Rightarrow x = 40, y = 60,$$

选 E

10、圆 $x^2 + y^2 - 6x + 4y = 0$ 上到原点距离最远的点是

A (-3, 2)

B (3, -2)

C (6, 4)

D (-6, 4)

E (6, -4)

【参考答案】E

【知识点】解析几何最值，距离公式

【名师讲解】讲方程化为圆的标准型 $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 13$ ，显然该圆恰好经过原点，因此距离最远

的点为原点和圆心的连线与圆的另外一个交点，且该交点与原点的中点恰好就是圆心，圆心 $(3, -2)$ ，原点为 $(0, 0)$ ，根据中点公式求得交点 $(6, -4)$ ，选择 E

11、如图 4，点 A, B, O 的坐标分别为 $(4, 0)$ ， $(0, 3)$ ， $(0, 0)$ ，若 (x, y) 是 $\triangle AOB$ 中的点，则 $2x + 3y$ 的最大值为（ ）

A 6

B 7

C 8

D 9

E 12

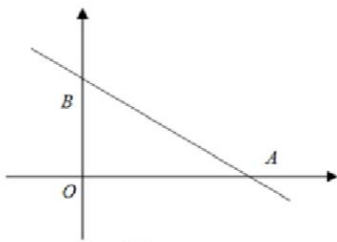


图4

【参考答案】D

【知识点】线性规划问题

【名师讲解】设目标函数 $Z = 2x + 3y$ ，平移，经过 B 点时 Z 最大， $Z=9$ ，所以答案选 D

12、设抛物线 $y = x^2 + 2ax + b$ 与 x 轴相交于 A, B 两点，点 C 坐标为 $(0, 2)$ ，若 $\triangle ABC$ 的面积等于 6，则 ()

A $a^2 - b = 9$ B $a^2 + b = 9$ C $a^2 - b = 36$ D $a^2 + b = 36$ E $a^2 - 4b = 9$

【参考答案】A

【知识点】抛物线、韦达定理、三角形面积、

【名师讲解】因为 C 坐标为 $(0, 2)$ ，所以 $\triangle ABC$ 的 AB 为底边对应的高为 2，令 $A(x_1, 0), B(x_2, 0)$ ，

则有 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}|x_1 - x_2| \times 2 = 6$ ，所以 $|x_1 - x_2| = 6$ ，由 $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4a^2 - 4b}}{1} = 6$ (公式)，所以

$a^2 - b = 9$ ，答案选择 A

13、某公司用分期付款购买一套定价为 1100 万元的设备，首次付款 100 万元，之后每月付款 50 万元，并支付上期余款的利息，月利率为 1%，该公司为此设备支付了 ()

A 1195 万元 B 1200 万元 C 1205 万元 D 1215 万元 E 1300 万元

【参考答案】C

【知识点】数列应用题

【名师讲解】显然总共需要付款共 20 次，不妨把 1000 万分成 20 组，第 1 组在第一个月偿还，故只用支付一次利息，第 2 组在第二个月偿还，需要支付两次利息，以此类推，可知总额 = $1100 + 50 \times 1\% + 50 \times 1\% \times 2 + \dots + 50 \times 1\% \times 20 = 1205$ ，选择 C

14、某学生要在 4 们不同课程中选修 2 门课程，则 4 们课程中的 2 门各开设一个班，另外 2 门各开设 2 个班，该学生不同的选课方式共有 ()

A 6 种 B 8 种 C 10 种 D 13 种 E 15 种

【参考答案】D

【知识点】排列组合

【名师讲解】4门课程中的2门各开设一个班，另外2门各开设2个班，共有6个不同的班，选课方式 $N = C_6^2 - C_2^2 - C_2^2 = 13$ (需要减去选的同门课程的两个班的情况数)，选 D

15、如图，在半径为 10 厘米的球体上开一个底面半径是 6 厘米的圆柱形洞，则洞的内壁面积为 () (单位：平方厘米)

- A 48π B 288π C 96π D 576π E 192π

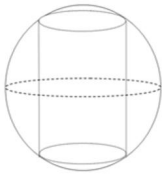


图5

【参考答案】E

【知识点】圆柱的外接球

【名师讲解】设圆柱体的高为 h ，则有轴截面的对角线为球的直径，则有 $\sqrt{4r^2 + h^2} = 2R = 20$ ，所以 $h = 16$ ，则圆柱体的侧面积 $2\pi rh = 2\pi \times 6 \times 16 = 192\pi$ ，选 E

16、已知某公司男员工的平均年龄和女员工的平均年龄，则能确定该公司员工的平均年龄

- (1) 已知该公司员工的人数
- (2) 已知该公司男女员工的人数之比

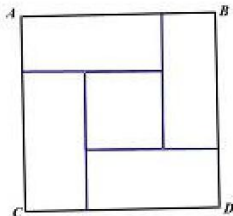
【参考答案】B

【知识点】十字交叉比例问题

【名师讲解】条件 (1) 显然不充分，条件 (2)，利用十字交叉法可以推出，答案选 B

17、如图 6，正方形 ABCD 有四个相同的长方形和一个小正方形平成，则能确定小正方形的面积

- (1) 已知正方形 ABCD 的面积
- (2) 已知长方形的长宽之比



【参考答案】C

【知识点】平面几何面积

【名师讲解】条件 (1)：设长方形的长宽分别为 a, b ，则有 $S_{ABCD} = (a+b)^2 = 4ab + (a-b)^2$ ，显

然不能确定 a, b 的值, 条件 (2) 单独看也不充分, (1) (2) 联合可知 a, b 的值, 因此联合成立, 答案选 C

18、利用长度为 a 和 b 的两种管材能连接长度为 37 的管道 (单位: 米)

- (1) $a = 3, b = 5$ (2) $a = 4, b = 6$

【参考答案】A

【知识点】不定方程

【名师讲解】设 a 管道 x 根, b 管道 y 根, 条件 (1): $37 = 3x + 5y$, 显然存在整数, $x=9, y=2$ 充分; 条件 (2) $37 = 4x + 6y$, 显然等号右边为偶数, 左边是奇数, 不充分, 选 A

19、设是 x, y 实数, 则 $x \leq 6, y \leq 4$

- (1) $x \leq y + 2$ (2) $2y \leq x + 2$

【参考答案】C

【知识点】不等式性质

【名师讲解】显然单独看都不充分, 联合起来看 $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 2y - x \leq 2 \end{cases}$, 两式相加, 得 $y \leq 4$, 带入原式可得 $x \leq 6$, 联合充分, 选 C

20、将 2 升甲酒精和 1 升以酒精混合得到的丙酒精, 则能确定甲、乙两种酒精的浓度

- (1) 1 升甲酒精和 5 升乙酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的 $\frac{1}{2}$ 倍
(2) 1 升甲酒精和 2 升以酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的 $\frac{2}{3}$ 倍

【参考答案】E

【知识点】溶液混合问题

【名师讲解】设甲乙丙的酒精浓度分别为 x, y, z , 将 2 升甲酒精和 1 升乙酒精混合到得到丙酒精, 则有 $\frac{2x+y}{2+1} = z$, 条件 (1) $\frac{x+5y}{1+5} = \frac{1}{2}z$, 显然不充分, 条件 (2), $\frac{x+2y}{1+2} = \frac{2}{3}z$, 单独也不充分, 联合 (1) (2), 仍然不能解出 x, y , 选择 E

21、设有两组数据 $S_1: 3, 4, 5, 6, 7$ 和 $S_2: 4, 5, 6, 7, a$, 则能确定 a 的值

- (1) S_1 与 S_2 的均值相等
(2) S_1 与 S_2 的方差相等

【参考答案】A

【知识点】数据描述

【名师讲解】条件 (1): 根据均值公式显然可以得到 $a=3$, 充分; 条件 (2), 根据公式

$$s_1^2 = \frac{1}{5}(3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 - 5 \times 5^2) = 2, \quad s_2^2 = \frac{1}{5} \left[a^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 - 5 \times \left(\frac{4+5+6+7+a}{5} \right)^2 \right],$$

由 S_1 与 S_2 的方差相等, 所以 $s_2^2 = \frac{1}{5} \left[a^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 - 5 \times \left(\frac{4+5+6+7+a}{5} \right)^2 \right] = 2$, 整理得

$a^2 - 11a + 24 = 0$, 解得 $a = 3$ 或 $a = 8$, 不充分, 选 A

22、已知 M 是一个平面有限点集, 则平面上存在到 M 中各点距离相等的点

- (1) M 中只有三个点
- (2) M 中的任意三点都不共线

【参考答案】C

【知识点】三角形的性质

【名师讲解】条件 (1), 三点共线不充分, 条件 (2), 以四个点为例, 四边形不一定有外接圆, 因此这个点不一定存在, 不充分, (1) (2) 联合, 显然三个点构成了三角形, 三角形的外心显然到各点的距离相等, 答案选 C

23、设是 x, y 实数, 则可以确定 $x^3 + y^3$ 的最小值

- (1) $xy = 1$
- (2) $x + y = 2$

【参考答案】B

【知识点】平均值定理

【名师讲解】条件 (1), 令 $y = \frac{1}{x}$, 显然原式 $= x^3 + \frac{1}{x^3}$, 当 x 无限趋近于负无穷时, 原式没有最小值, 不充分; 条件 (2) $x^3 + y^3 = (x+y)[(x+y)^2 - 3xy]$, $x+y=2$ 带入得到

$x^3 + y^3 = 2[2^2 - 3xy] = 8 - 6xy$, 由均值不等式得 $xy \leq \left(\frac{x+y}{2} \right)^2 = 1$, 因此当 xy 取到最大值时, 原式

取最小值, 充分, 答案选择 B

24、已知数列 $a_1, a_2, a_3 \dots a_{10}$, 则 $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \dots + a_9 - a_{10} \geq 0$

- (1) $a_n \geq a_{n+1}, n = 1, 2, \dots, 9$
- (2) $a_n^2 \geq a_{n+1}^2, n = 1, 2, \dots, 9$

【参考答案】A

【知识点】数列大小比较

【名师讲解】条件 (1) $a_1 - a_2 \geq 0$ ，以此类推，可知充分；条件 (2)，举反例，如数列每项都是负数，可知 $a_1 - a_2 \leq 0$ ，以此类推，则不充分，答案选 A

25、已知 $f(x) = x^2 + ax + b$ ，则 $-1 \leq f(1) \leq 1$

(1) $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 中有两个零点

(2) $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 中有两个零点

【参考答案】D

【知识点】抛物线的图像，函数交点

【名师讲解】 $f(1)$ 取最小时，即两个零点分别在 0 和 1 处， $f(1) = 0$ ， $f(1)$ 取最大时，对称轴在 y

轴，顶点为原点，即
$$\begin{cases} -\frac{a}{2} = 0 \\ \frac{4b - a^2}{4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$
，此时 $f(1) = 1$ ，所以在区间 $[0,1]$ 中， $0 \leq f(1) \leq 1$ ，充分；

条件 (2) 同理按照条件 (1) 的算法，可求出 $\begin{cases} a = -4 \\ b = 4 \end{cases}$ ，所以在区间 $[1,2]$ 内， $0 \leq f(1) \leq 1$ ，充分，选 D